Dans le plan, il existe autant de polygones réguliers distincts qu'il y a d'entiers supérieurs ou égaux à trois.
Mais, dans l'espace, Euclide a démontré qu'il n'existe que cinq solides qui n'ont que des faces planes, toutes étant un même polygone régulier : le tétraèdre, le cube, l'octaèdre, l'icosaèdre et le dodécaèdre. On les appelle les cinq solides de Platon. A la renaissance, la représentation des cinq polyèdres réguliers fascine les peintres.
Sur les tableaux, pour représenter les objets en trois dimensions, les peintres utilisent généralement la perspective fuyante où toutes les parallèles se rejoignent sur une ligne appelée ligne de fuite.
Par contre en mathématiques, pour représenter les objets de l'espace, nous utiliserons la perspective cavalière.

## 1 Patron.

Un patron d'un solide est obtenu en plaçant toutes ses faces dans un même plan.

Un même solide peut avoir plusieurs patrons de formes différentes qui ne sont pas superposables.

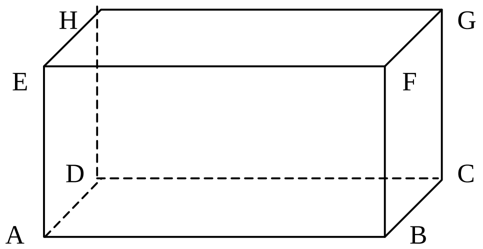
Certains solides n'ont pas de patron : la sphère.

Exemple 1 : dessiner un patron d'un cube de côté 3 cm.

### E1 Savoir faire le patron d'une pyramide.

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que AB = 3,5 cm et AD = 2,5 cm et AE = 2 cm.

Construire le patron de la pyramide ABDE.




## 2 Représentation en perspective cavalière.

Principales règles de représentation d'un objet en perspective cavalière

1. Les segments visibles sont représentés en traits pleins ; les segments cachés sont représentés en pointillés.

2. Deux droites de l'espace parallèles sont représentées par deux droites parallèles.

3. Des droites concourantes sont représentées par des droites concourantes ;

   Des points alignés sont représentés par des points alignés.

4. Le milieu d'un segment est placé au milieu du segment dessiné.

5. Dans un plan de face, une figure est représentée en vraie grandeur.

Exemple 2 : Dessiner un cube de côté 4 cm appelé ABCDEFGH.

Citer un segment visible et un segment non visible. Citer deux droites parallèles.

**E2 Savoir représenter en perspective cavalière des solides.**

A ) Dessiner en perspective cavalière le parallélépipède rectangle : sa face avant est un rectangle de 2 cm sur 5 cm. On prendra comme profondeur 2,8 cm.
B ) Représenter en perspective cavalière le cylindre de révolution de rayon 1 cm et de hauteur 5 cm.
C ) Puis faire dans le livre les exercices suivants : p 179 n ° 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; et 15.

**3 Règles d'incidence.**

Règle 1

Deux points distincts A et B définissent une droite et une seule notée ( AB ).

Trois points distincts A, B et C non alignés définissent un plan et un seul noté ( ABC ).

Règle 2

Si deux points distincts A et B appartiennent à un même plan P,

alors tous les points de la droite ( AB ) appartiennent au plan P.

On dit que la droite ( AB ) est incluse ( ou contenue ) dans le plan P. On note $(AB) \subset P$.

Règle 3

Tous les résultats de la géométrie plane s'appliquent dans n'importe quel plan de l'espace.

**Positions relatives de deux plans de l'espace.**

Règle 4 Soient P et Q deux plans distincts de l'espace.

Alors il existe deux possibilités et deux seulement :

Ou bien P et Q n'ont aucun point commun.

Ou bien P et Q se coupent suivant une droite.

Définition 1

On dit que deux plans sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun point commun

( On parle alors de deux plans strictement parallèles ) ou bien lorsqu'ils sont confondus.

Définition 2

On dit que deux plans sont sécants lorsqu'ils ne sont pas parallèles.

Leur intersection est alors une droite.

Dessin 1 : voir feuille annexe.

**Positions relatives d'une droite et d'un plan de l'espace.**

Règle 5

Soit P un plan et d une droite de l'espace.

Alors, il existe trois possibilités et trois seulement :

Ou bien la droite d et le plan P n'ont aucun point commun.

Ou bien la droite d est incluse dans le plan P.

Ou bien la droite d et le plan P ont un seul point commun.

Définition 3

On dit qu'une droite et un plan sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun point commun ou lorsque la droite est incluse dans le plan.

Définition 4

On dit qu'une droite et un plan sont sécants lorsqu'ils ne sont pas parallèles. Leur intersection est alors un point.

Dessin 2 : voir feuille annexe.

**Positions relatives de deux droites de l'espace.**

Définition 5

On dit que deux droites de l'espace sont coplanaires lorsqu'elles sont incluses dans un même plan.

Règle 6

Soient d et d' deux droites distinctes de l'espace.

Alors il existe trois possibilités et trois seulement :

Ou bien les droites d et d' n'ont aucun point commun et ne sont pas coplanaires.

Ou bien les droites d et d' n'ont aucun point commun et sont coplanaires.

Ou bien les droites d et d' ont un seul point commun.

Définition 6

On dit que deux droites de l'espace sont parallèles lorsqu'elles sont coplanaires et n'ont aucun point commun ou lorsqu'elles sont confondues.

Définition 7

On dit que deux droites de l'espace sont sécantes lorsqu'elles ont un seul point commun.

( Deux droites sécantes de l'espace définissent un plan et un seul. )

Dessin 3 : voir feuille annexe.

**E3 Savoir utiliser les règles d'incidence.** P 182 n ° 23 ; 25 ; 28 ; et 29.

## 4 Parallélisme.

Théorème 1

Par un point de l'espace, il passe :

Une droite et une seule parallèle à une droite donnée ;

Un plan et un seul parallèle au plan donné.

Théorème 2

Si deux droites sécantes d'un plan P sont respectivement parallèles à deux droites sécantes d'un plan Q, alors les plans P et Q sont parallèles.

Dessin 4 : voir feuille annexe.

Théorème 3

Si deux plans sont parallèles, alors toute droite incluse dans l'un des plans est parallèle à l'autre plan.

Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui contient l'une des droites est parallèle à l'autre droite.

Exemple 3 : ABCDEFGH est un cube. I est le milieu du segment [ FG ]. J est le milieu du segment [ BC ].

Démontrer que la droite ( AJ ) est parallèle au plan ( EFG ) et que le plan ( AEI ) est parallèle à la droite ( CG ).

Théorème 4

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles.

Théorème 5 : **Théorème du toit.**

Si deux droites parallèles d et d ' sont incluses respectivement dans deux plans P et P ' sécants selon une droite Δ, alors la droite Δ est parallèle aux droites d et d'.

Dessin 5 : voir feuille annexe.

**E4 Savoir prouver un parallélisme.** P 183 n ° 31 ; 33 ; 34 et 35.

## 5 Orthogonalité.

Définitions 8

On dit que deux droites de l'espace sont perpendiculaires lorsqu'elles sont coplanaires et se coupent à angle droit.

On dit que deux droites de l'espace sont orthogonales lorsqu'elles sont parallèles à deux droites perpendiculaires.

Exemple 4 : tracer un cube ABCDEFGH. Compléter les phrases suivantes :

Les droites ( EH ) et ( FG ) sont …

Les droites ( GC ) et ( FB ) sont …

Les droites ( FG ) et ( FB ) sont …

Les droites ( EH ) et ( GC ) sont …

Théorème 6

Si deux droites de l'espace sont orthogonales, alors toute droite parallèle à l'une est orthogonale à l'autre.

**Droites et plans orthogonaux.**

Définition 9

On dit qu'une droite D est orthogonale à un plan P lorsqu'elle est orthogonale à n'importe quelle droite incluse dans le plan P.

Théorème 7

Par un point de l'espace, il passe :

Une droite et une seule orthogonale à un plan donné ;

Un plan et un seul orthogonal à une droite donnée.

Théorème 8 :

Une droite D est orthogonale à un plan P si et seulement si la droite D est orthogonale

à deux droites sécantes de P.

Exemple 5 : tracer un cube ABCDEFGH et démontrer que la droite ( EA ) est orthogonale au plan ( ABC ).

Théorème 9

Si une droite D est orthogonale en A à un plan P, alors la droite D est perpendiculaire à toutes les droites du plan P passant par le point A.

Exemple 6 : tracer un cube ABCDEFGH et démontrer que la droite ( EA ) est perpendiculaire à la droite ( AC ).

Théorèmes 10

Si deux droites sont parallèles, alors tout plan orthogonal à l'une des deux droites est orthogonal à l'autre droite.

Si deux droites sont orthogonales à un même plan, alors ces deux droites sont parallèles.

Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, alors ces deux plans sont parallèles.

Si deux plans sont parallèles, alors toute droite orthogonale à l'un des deux plans est orthogonale à l'autre plan.

Schémas représentant les théorèmes 10.

Notations pour retenir les théorèmes 10.

**E5 Orthogonalité d'une droite et d'un plan.** P 184 n ° 37 ; 38 ; 39.

**6 Longueur, aire et volume.** Faire des fiches à l'aide du formulaire de géométrie situé à la fin de votre livre.

**E6 Effectuer des calculs de longueur, aire ou volume.**

P 187 n ° 56 ; 58 ; 59 ; 60 ; 61 ; et p 188 n ° 64.