E5 Relation de Chasles et configurations.

P 215 n ° 34.

a. $(\vec{u} ; \vec{z}) = (\vec{u} ; \vec{w}) + (\vec{w} ; \vec{z}) = \frac{3\pi}{4} - (\vec{z} ; \vec{w}) = \frac{3\pi}{4} - (-\frac{\pi}{4}) = \pi$ donc d_1 // d_4

b. $(\vec{v} ; \vec{w}) = (\vec{v} ; \vec{u}) + (\vec{u} ; \vec{w}) = -(\vec{u} ; \vec{v}) + \frac{3\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ donc d_2 perpendiculaire à d_3.

P 216 n ° 43.

$(\vec{u} ; \vec{v}) = \frac{61\pi}{10}$ et $(\vec{u} ; 3\vec{w}) = -\frac{119\pi}{10}$

$(\vec{v} ; \vec{w}) = (\vec{v} ; \vec{u}) + (\vec{u} ; \vec{w}) = -(\vec{u} ; \vec{v}) + (\vec{u} ; 3\vec{w}) + (3\vec{w} ; \vec{w}) = -\frac{61\pi}{10} + (-\frac{119\pi}{10}) + (\vec{w} ; \vec{w}) = -\frac{180\pi}{10} + 0$

$(\vec{v} ; \vec{w}) = -18\pi = 0$

Donc $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.

P 216 n ° 44.

$(\overrightarrow{AE} ; \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{AE} ; \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD}) + (\overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{AC}) = -(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AE}) + \frac{3\pi}{4} + (-\frac{5\pi}{12})$

$= -(-\frac{2\pi}{3}) + \frac{9\pi}{12} - \frac{5\pi}{12} = \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{12} = \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{6} = \frac{6\pi}{6} = \pi$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Donc les points A, E et C sont alignés.

P 216 n ° 50.

$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{CB}$

Donc $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD}) = (-\overrightarrow{CD} ; -\overrightarrow{CB}) = (\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{CB})$.

Ainsi $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD}) - (\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{CB}) = 0 + 2\kappa\pi$

Donc $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD}) + (\overrightarrow{CB} ; \overrightarrow{CD}) = 0 + 2\kappa\pi$

P 218 n ° 61.

a. $(\overrightarrow{AP} ; \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{4}$ car APC est un triangle isocèle et rectangle en P.

$(\overrightarrow{AM} ; \overrightarrow{AB}) = -\frac{\pi}{4}$ car AMB est un triangle isocèle et rectangle en M.

$(\overrightarrow{BN} ; \overrightarrow{BC}) = -\frac{\pi}{4}$ car BNC est un triangle isocèle et rectangle en N.

b. $(\overrightarrow{AP} ; \overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AP} ; \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AM}) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6}$

$(\overrightarrow{BN} ; \overrightarrow{BM}) = (\overrightarrow{BN} ; \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BM}) = -\frac{\pi}{4} + (-\frac{\pi}{3}) + (-\frac{\pi}{4}) = -\frac{5\pi}{6}$

$(\overrightarrow{CN} ; \overrightarrow{CP}) = (\overrightarrow{CN} ; \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CB} ; \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA} ; \overrightarrow{CP}) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6}$

c. $(\overrightarrow{GA} ; \overrightarrow{GB}) = (\overrightarrow{GA} ; \overrightarrow{GM}) + (\overrightarrow{GM} ; \overrightarrow{GB}) = -(\pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}) + (-(\pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}))$

$= -(\frac{6\pi}{6} - \frac{\pi}{6} - \frac{3\pi}{6}) + (-\frac{2\pi}{6}) = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{2\pi}{3}$

$(\overrightarrow{PA} ; \overrightarrow{PG}) = \frac{\pi}{4}$

$(\overrightarrow{GP} ; \overrightarrow{GB}) = (\overrightarrow{GP} ; \overrightarrow{GA}) + (\overrightarrow{GA} ; \overrightarrow{GB}) = -(\pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}) + (-\frac{2\pi}{3}) = -\pi + 2\pi = \pi$.