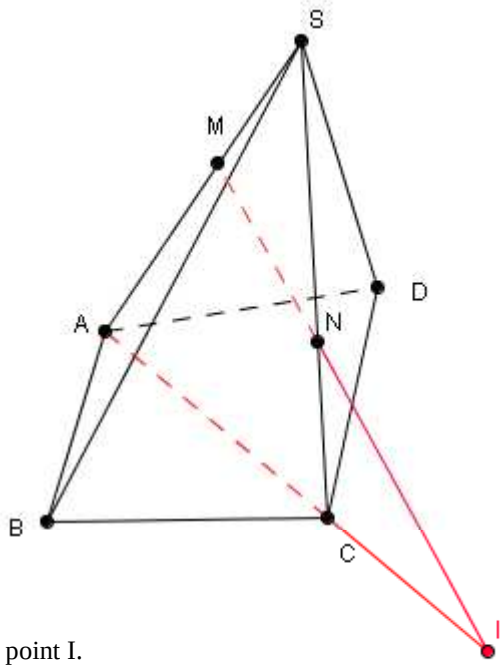
E3 Savoir utiliser les règles d'incidence.

P 182 n ° 23.



SABCD est une pyramide dont la base est un quadrilatère ABCD.

M est un point de l'arête [SA].

N est un point de l'arête [SC].

Les droites (MN) et (AC) sont sécantes.

Déterminons l'intersection de (MN) et de (ABCD).

Soit I le point d'intersection des droites (MN) et (AC).

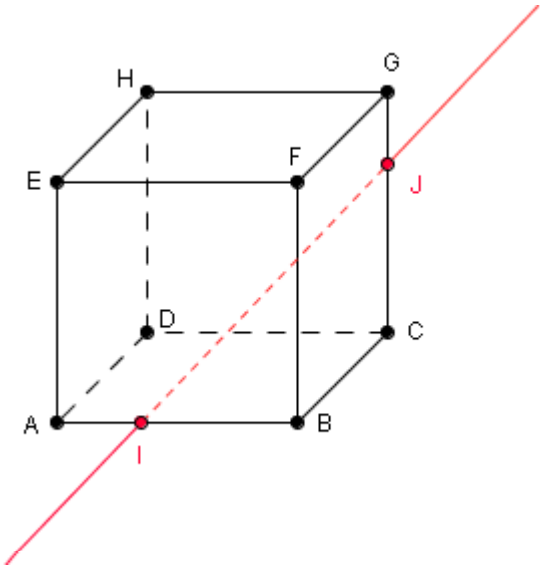
Or (AC) est une droite du plan (ABCD).

Donc I appartient au plan (ABCD).

Mais I appartient à la droite (MN).

Donc l'intersection de la droite (MN) avec le plan (ABCD) est le point I.

P 182 n ° 25.



ABCDEFGH est un cube.

1. I est un point de l'arête [AB].

Donc I est un point du plan (ABJ).

De plus, I appartient au plan (CGI).

Donc I appartient à l'intersection des plans (ABJ) et (CGI).

De même J est un point du plan (ABJ).

Et J est un point de l'arête [CG].

Donc J appartient au plan (CGI).

Donc J appartient à l'intersection des plans (ABJ) et (CGI).

2. (ABJ) et (CGI) sont deux plans distincts.

I et J sont deux points qui appartiennent à la fois aux plans (ABJ) et (CGI).

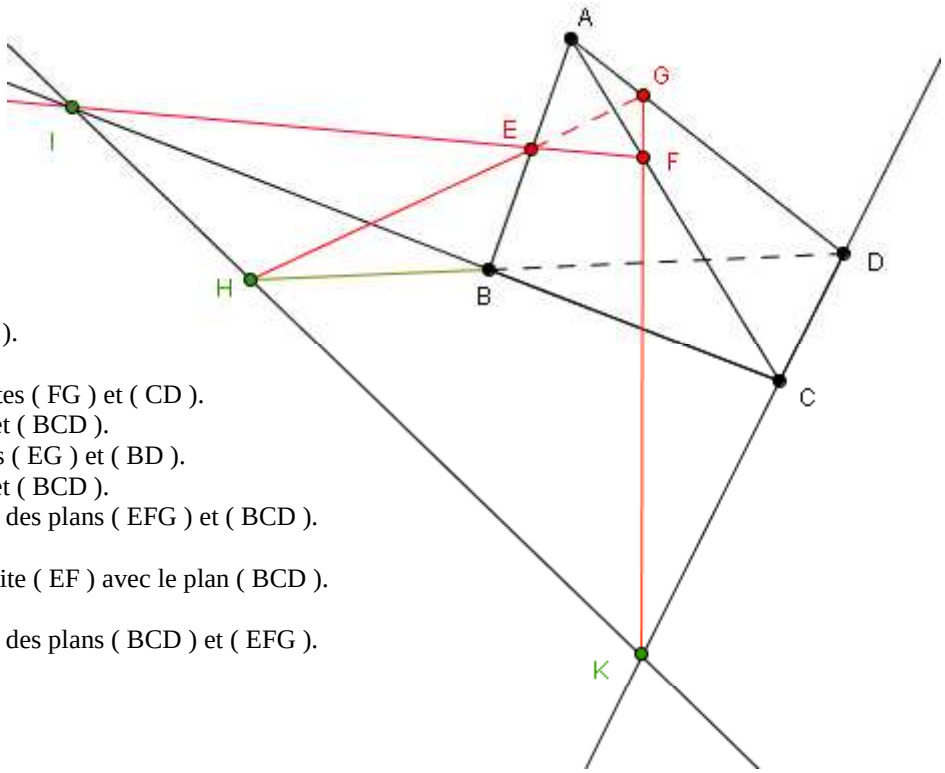
Or, si deux plans distincts ont deux points communs, alors leur intersection est la droite qui passe par ces points. Donc l'intersection des plans (ABJ) et (CGI) est la droite (IJ).

P 182 n ° 28.

ABCD est un tétraèdre.

1. E est un point du segment [AB]. Donc E appartient au plan (ABC).
De plus, E appartient au plan (EFG). Donc E appartient à l'intersection des plans (ABC) et (EFG).
F est un point du segment [AC]. Donc F appartient au plan (ABC).
De plus, F appartient au plan (EFG). Donc F appartient à l'intersection des plans (ABC) et (EFG).

Or, si deux plans distincts ont deux points communs, alors leur intersection est la droite qui passe par ces points.
Donc l'intersection du plan (ABC) avec le plan (EFG) est la droite (EF).
F est un point du segment [AC]. Donc F appartient au plan (ADC).
De plus, F appartient au plan (EFG).
Donc F appartient à l'intersection des plans (ADC) et (EFG).
G est un point du segment [AD].
Donc G appartient au plan (ADC).
De plus, G appartient au plan (EFG).
Donc G appartient à l'intersection des plans (ADC) et (EFG).
Donc l'intersection du plan (ADC) avec le plan (EFG) est la droite (GF).
E est un point du segment [AB].
Donc E appartient au plan (ABD).
De plus, E appartient au plan (EFG).
Donc E appartient à l'intersection des plans (ABD) et (EFG).
G est un point du segment [AD].
Donc G appartient au plan (ADB).
De plus, G appartient au plan (EFG).
Donc G appartient à l'intersection des plans (ADB) et (EFG).
Donc l'intersection du plan (ADB) avec le plan (EFG) est la droite (GE).

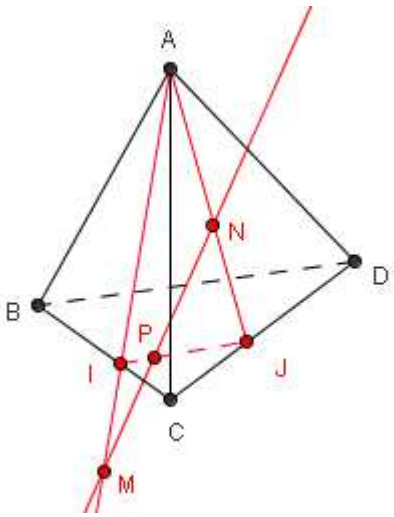


2.K est le point d'intersection des droites (FG) et (CD).
Donc K appartient aux plans (EFG) et (BCD).
H est le point d'intersection des droites (EG) et (BD).
Donc K appartient aux plans (EFG) et (BCD).
Donc la droite (HK) est l'intersection des plans (EFG) et (BCD).

3. I est le point d'intersection de la droite (EF) avec le plan (BCD).
Donc I appartient à la droite (EF).
Donc I appartient aussi à l'intersection des plans (BCD) et (EFG).
D'où I appartient à la droite (HK).
(EF) est une droite du plan (ABC).
Donc I appartient au plan (ABC).
Or I appartient au plan (BCD).
Donc I appartient à l'intersection des plans (ABC) et (BCD).
C'est à dire I appartient à la droite (BC).
Donc les droites (BC) ; (HK) et (EF) sont concourantes au point I.

<u>P 182 n ° 29.</u>

ABCD est un tétraèdre.



1. I est un point de l'arête [BC].
   Donc I appartient aux plans (BCD) et (AIJ).
   J est un point de l'arête [DC].
   Donc I appartient aux plans (BCD) et (AIJ).
   Ainsi la droite (IJ) est l'intersection des plans (AIJ) et (BCD).
2. a) A, I, et J sont trois points non alignés.
   Or, par trois points non alignés passe un seul plan.
   Considérons donc le plan (AIJ).
   N est un point du segment [AJ].
   Donc N appartient au plan (AIJ).
   M est un point de la droite (AJ).
   Donc M appartient au plan (AIJ).
   Ainsi, M, N, I et J sont dans un même plan.
2. b) P est le point d'intersection de la droite (MN) et du plan (BCD).
   D'où P appartient à la droite (MN). Donc P appartient au plan (AIJ) cf question 2. A).
   P est un point du plan (BCD). Donc P appartient à l'intersection des plans (AIJ) et (BCD).
   D'après la question1. P est donc sur la droite (IJ).